

Materiales para la familia

Probabilidad y muestreo

Probabilidades de eventos de un solo paso

Materiales para la familia 1

Esta semana nuestros estudiantes van a trabajar con el concepto de probabilidad. Una **probabilidad** es un número que representa qué tan posible es que algo pase. Por ejemplo, piensen en el lanzamiento de una moneda.

- La probabilidad de que la moneda caiga en alguna parte es 1. Eso es seguro.
- La probabilidad de que la moneda caiga mostrando cara es $\frac{1}{2}$, es decir, 0.5.
- La probabilidad de que la moneda se convierta en una botella de salsa de tomate es 0. Eso es imposible.

A veces podemos encontrar una probabilidad de manera exacta. Por ejemplo, si seleccionamos una fecha al azar, la probabilidad de que sea un día de fin de semana es $\frac{2}{7}$ porque 2 de cada 7 días caen en fin de semana. En otras ocasiones, podemos estimar una probabilidad basándonos en lo que hemos observado en el pasado.

Esta es una tarea para que trabajen en familia:

En una competencia de pesca, los concursantes escriben el tipo de cada pez que pescan. Estos son los resultados:

- Concurante 1: lubina, bagre, bagre, lubina, lubina, lubina
- Concurante 2: bagre, bagre, lubina, lubina, lubina, lubina, bagre, bagre, lubina, bagre
- Concurante 3: lubina, lubina, lubina, bagre, lubina, lubina, bagre, lubina, bagre

1. Estimen la probabilidad de que el siguiente pez que atrapen sea una lubina.
2. Otro concursante pescó 5 peces. Predigan cuántos de esos peces son lubinas.
3. Antes de la competencia, el lago tenía el mismo número de lubinas que de bagres. Describan posibles razones por las cuales los resultados no muestran una probabilidad de $\frac{1}{2}$ para pescar una lubina.

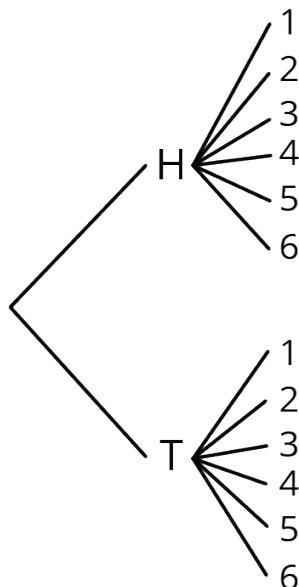
Solución:

1. Aproximadamente $\frac{15}{25}$, o 0.6, porque de los 25 peces que ya fueron atrapados, 15 eran lubinas.
2. Aproximadamente 3 lubinas, porque $\frac{3}{5} = 0.6$. También sería razonable si pescaran 2 o 4 lubinas, entre sus 5 peces.
3. Hay varias respuestas posibles. Por ejemplo:
 - Quizás los señuelos o las carnadas que estaban usando eran mejores para atrapar lubinas.
 - Con resultados provenientes de solo 25 peces atrapados, podemos esperar que los resultados varíen un poco con respecto a la probabilidad exacta.

Probabilidades de eventos de varios pasos

Materiales para la familia 2

Para encontrar una probabilidad de manera exacta, es importante saber qué resultados son posibles. Por ejemplo, para mostrar todos los resultados posibles al lanzar una moneda y un dado numérico, podemos dibujar este diagrama de árbol:



Las ramas en este diagrama de árbol representan los 12 resultados posibles, desde "cara 1" hasta "sello 6". Encontramos la probabilidad de sacar cara con la moneda y un número par en el dado. Observemos que, entre los 12 resultados posibles, esto puede suceder de 3 maneras distintas: "cara 2", "cara 4" o "cara 6". Esto quiere decir que la probabilidad es $\frac{3}{12}$, es decir, 0.25.

Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Un juego de mesa usa ciertas tarjetas que dicen "adelante" o "atrás" y una ruleta numerada de 1 a 5.

1. En su turno, una persona elige una tarjeta y gira la ruleta para averiguar en qué dirección y qué tan lejos va a mover su ficha. ¿Cuántos resultados distintos son posibles?
2. Hallen la probabilidad de que en su siguiente turno la persona:
 - a. Mueva su ficha 5 casillas hacia adelante.
 - b. Mueva su ficha hacia atrás un número impar de casillas.

Solución:

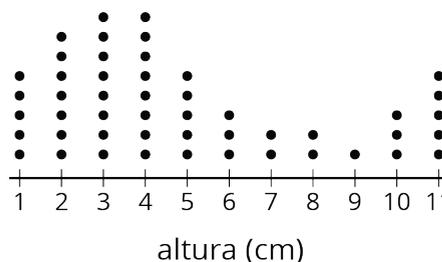
1. Hay 10 resultados posibles ("adelante 1", "adelante 2", "adelante 3", "adelante 4", "adelante 5", "atrás 1", "atrás 2", "atrás 3", "atrás 4" y "atrás 5").
2. a. $\frac{1}{10}$ o 0.1, porque "adelante 5" es 1 de las 10 posibilidades.
b. $\frac{3}{10}$ o 0.3, porque hay 3 posibilidades de ese tipo ("atrás 1", "atrás 3" y "atrás 5").

Muestreo

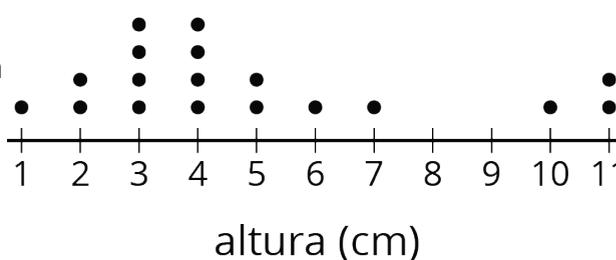
Materiales para la familia 3

Esta semana nuestros estudiantes van a trabajar con datos. A veces queremos obtener información sobre cierto grupo, pero el grupo es tan grande que resulta imposible preguntarle a cada persona del grupo. Puede ser útil recolectar datos a partir de una **muestra** (una parte del grupo) de la **población** (el grupo completo). Es importante que la muestra se parezca a la población.

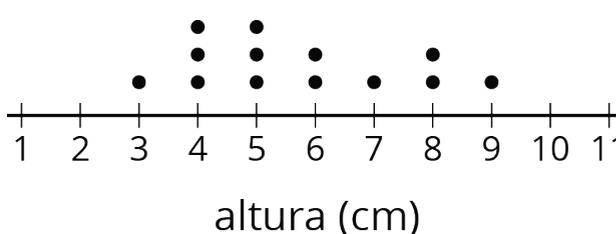
Por ejemplo, este es un diagrama de puntos que describe una población: la altura de 49 plantas en un sembrado de coles.



La siguiente muestra es **representativa** de la población porque, a pesar de incluir solo una parte de los datos, esta parte se parece a los datos de toda la población en su forma, su centro y su dispersión.



La siguiente muestra, en cambio, no es representativa de la población. Tiene demasiadas alturas de plantas en el medio y no tiene suficientes de las muy bajas ni de las muy altas.



Una muestra seleccionada de forma aleatoria tiene más posibilidades de ser representativa de una población que una muestra seleccionada de alguna otra manera.

Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Un consejo municipal necesita saber cuántos edificios de la ciudad tienen pintura a base de plomo, pero no tienen suficiente tiempo para examinar los 100,000 edificios de la ciudad. Quieren examinar una muestra de edificios que sea representativa de la población.

1. ¿Cuál sería una *mala* forma de elegir una muestra de los edificios?
2. ¿Cuál sería una *buena* forma de elegir una muestra de los edificios?

Solución:

1. Hay varias respuestas posibles.
 - Examinar edificios del mismo tipo (como los colegios o las estaciones de gasolina) no resultaría en una muestra representativa de todos los edificios de la ciudad.
 - Examinar edificios ubicados en una misma zona (como los edificios situados cerca de la alcaldía) también sería una mala forma de seleccionar una muestra.
 - Examinar todos los edificios nuevos *sesgaría* la muestra hacia edificios que no tienen pintura a base de plomo.
 - Examinar un número pequeño de edificios, como 5 o 10, también haría que fuera difícil usar la muestra para hacer predicciones sobre toda la población.
2. Para seleccionar una muestra de forma aleatoria, podrían escribir las direcciones de los 100,000 edificios en una computadora y hacer que la computadora seleccionara 50 direcciones de la lista de manera aleatoria. Otra opción sería sacar trozos de papel de una bolsa (pero con tantos edificios en la ciudad, este método sería difícil).

Usemos muestras

Materiales para la familia 4

Para estimar información sobre una población (es decir, el grupo entero), podemos usar las estadísticas de una muestra (es decir, una parte del grupo entero). Si la muestra tiene gran variabilidad (si es muy dispersa), no debemos confiar en la estimación tanto como confiaríamos si los datos fueran cercanos unos de otros. Por ejemplo, sería más fácil estimar la estatura promedio de todas las personas de 3 años de edad que estimar la altura de todas las personas de 40 años de edad, porque el rango de alturas de adultos es más amplio.

Usar muestras nos puede ayudar a predecir si hay una diferencia significativa entre dos poblaciones o si, por el contrario, los datos de ambas poblaciones se superponen bastante.

Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Algunos estudiantes de séptimo y noveno grado fueron seleccionados al azar para responder a la pregunta: "¿Cuántos lápices llevas contigo en este momento?". Estos son los resultados:

Número de lápices que tenía cada estudiante de séptimo grado:

4	1	2	5	2	1	1	2	3	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Número de lápices que tenía cada estudiante de noveno grado:

9	4	1	14	6	2	0	8	2	5
---	---	---	----	---	---	---	---	---	---

- Usen la muestra para estimar la media (el promedio) del número de lápices que lleva consigo:
 - un estudiante cualquiera de séptimo grado
 - un estudiante cualquiera de noveno grado
- ¿Qué muestra tenía más variabilidad? ¿Qué les dice esto sobre sus estimaciones de la pregunta anterior?
- Un estudiante que no hizo parte de la encuesta, llevaba 5 lápices consigo. Si esa es toda la información que tienen, ¿pueden predecir de qué grado es ese estudiante?

Solución:

1. Como las muestras fueron seleccionadas de manera aleatoria, predecimos que van a representar bastante bien a toda la población.
 - a. Aproximadamente 2.4 lápices para los estudiantes de séptimo, pues la media de la muestra es $(4 + 1 + 2 + 5 + 2 + 1 + 1 + 2 + 3 + 3) \div 10$, es decir, 2.4 lápices.
 - b. Aproximadamente 5.1 lápices para los estudiantes de noveno, pues la media de la muestra es $(9 + 4 + 1 + 14 + 6 + 2 + 0 + 8 + 2 + 5) \div 10$ es decir, 5.1 lápices.
2. Los resultados de la encuesta a los estudiantes de noveno tuvieron más variabilidad. Esos resultados estuvieron más dispersos. Por lo tanto, la estimación para estudiantes de séptimo es más confiable que la estimación para estudiantes de noveno.
3. Hay varias respuestas posibles. Por ejemplo:
 - Puesto que sólo entrevistaron a 10 estudiantes de cada grado, es difícil predecir. Ayudaría si pudiéramos entrevistar a más estudiantes.
 - Probablemente el estudiante está en noveno grado, porque 5 está más cerca de la media de noveno que de la de séptimo.
 - Es posible que el estudiante esté en séptimo grado, porque hay al menos un estudiante en séptimo que tenía 5 lápices.